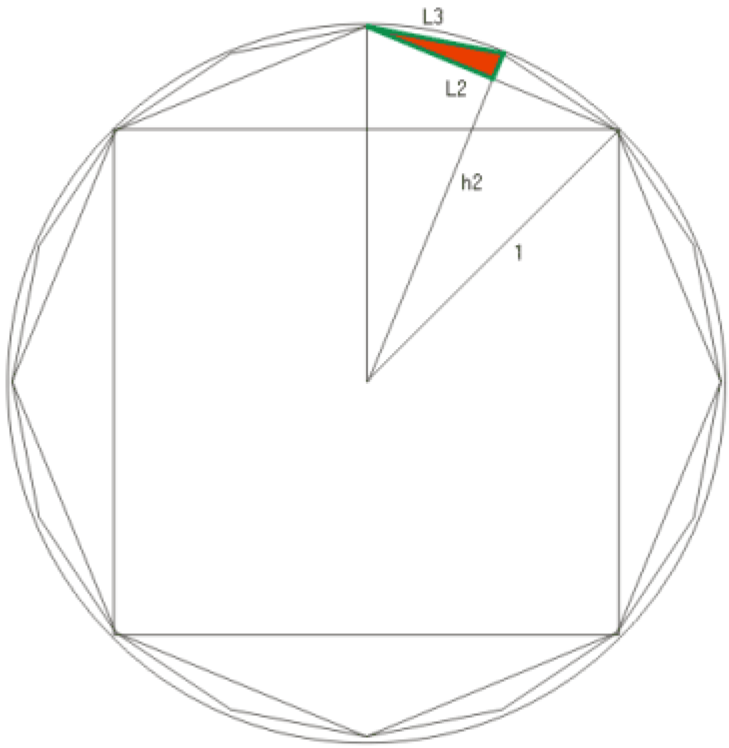
Algoritmo de π



Unos de los temas de que me interesa mucho en las matemáticas son los procedimientos para la obtención de números irracionales, y creo que el más misterioso e interesante es el número que relaciona el diámetro con la circunferencia, Pi.

Podemos aproximarnos a pi mediante el cálculo de los perímetros de polígonos inscriptos en una circunferencia. Así, cuanto mayor sea el número de lados del polígono menor será la diferencia de su perímetro a la circunferencia. En este algoritmo, trato de evitar el enfoque trigonométrico ya que éstos o se basan en pi o requieren de otros algoritmos y series. Sólo utilizaré el Teorema de Pitágoras.

Partimos trazando polígonos de 4,8,16,32... lados inscriptos en un círculo de radio 1.
Como se aprecia en el triángulo coloreado

L_3^2 = (L2/2)^2 + (1-h2)^2

y observando detenidamente podemos afirmar que esta relación se mantiene para L_4, L_5,...,L_n que corresponden a los lados de polígonos de 32, 64 y 2n+1 respectivamente.

Fácil también se obtiene h_2 por Pitágoras: h_2^2 = 1 - (L2 /2)^2 igual podemos inferir para h_3, h_4, ..., h_n . Insertando ésta última ecuación en la primera conforma:

$$L_n = \sqrt{\left(1-\sqrt{1-\frac{L_{n-1}^2}{4}}\right)^2+\frac{L_{n-1}^2}{4}} = \sqrt{\left(1-2\sqrt{1-\frac{L_{n-1}^2}{4}}+1-\frac{L_{n-1}^2}{4}\right)+\frac{L_{n-1}^2}{4}} = \sqrt{2-\sqrt{4-L_{n-1}^2}}$$

Así, partiendo de $L_1 = \sqrt{2}$ (ya que el lado del cuadrado es igual a la raíz cuadrada de dos), obtenemos L_2, L_3,.., L_n. (**Nota: la última y simplificada ecuación que arribamos no podrá ser utilizada en calculadoras, debido a pequeños errores de cálculos; pero sí en programas de matemática para ordenadores**).

$$L_1 = \sqrt{2}$$

$$L_2 = \sqrt{2-\sqrt{4-L_1^2}} = \sqrt{2-\sqrt{2}}$$

$$L_3 = \sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}}$$

$$L_4 = \sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}$$

, etcétera

Ahora resta por calcular los perímetros de cada polígono:

$P_1=4L_1$ $P_2=8L_2$ $P_3=16L_3$ $P_n=2^{(n+1)} \cdot L_n$

π = Circunferencia / diamétro $\pi_n = \frac{P_n}{2} = 2^n L_n$

$$\pi_n = 2^n \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{\ldots}}}}}}$$

nº	π
1	2.8284271247461900976
2	3.0614674589207181738
3	3.1214451522580522856
4	3.1365484905459392638
5	3.1403311569547529123
6	3.1412772509327728680
7	3.1415138011443010764
8	3.1415729403670913841
9	3.1415877252771597006
10	3.1415914215111999740
20	3.1415926535886182366
32	3.1415926535897932384

Juan Franco
jfrancosac@hotmail.com
Córdoba, Argentina