Análisis Matemático I
Curso 2004/05 - Convocatoria de Febrero - 2ª Convocatoria

Alumno: _____

1. Contestar de razonadamente las siguientes cuestiones:

- (a) Si $|f|$ es continua entonces también lo es f . ¿Cierto o falso?
- (b) Se sabe que f está definida y es finita en todo punto del intervalo $[a, b]$, además es continua en $[a, b] \setminus \{c\}$ pero se sabe que $\lim_{x \rightarrow c^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow c^-} f(x)$. Entonces f es también continua en c . ¿Cierto o falso?
- (c) Sea f definida en un intervalo $[a, b]$ que verifica que $f(a)f(b) < 0$ y existe $c \in (a, b)$ tal que $f(c) = 0$, entonces f es continua. ¿Cierto o falso?
- (d) Sea $f(x)$ una función continua y $g(x)$ una función acotada tal que su producto $f(x)g(x)$ es continua, ¿es $g(x)$ continua?
- (e) Dar un ejemplo de una función derivable únicamente en $x = 0$.

2. Sea f una función derivable en un entorno $[a, b]$ tal que $f'(a^+) < 0$ y $f'(b^-) > 0$. Probar que existe algún $c \in (a, b)$ tal que $f'(c) = 0$. ¿Es c un extremo de la función?

3. Calcular las soluciones de

$$|x + 2| + |x - 2| \leq 10$$

4. a) Calcular

$$\lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{arctg} x) \frac{1}{\ln x}$$

b) Probar haciendo uso del cálculo diferencial que $1 + \operatorname{tg}^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$.

5. Representar gráficamente

$$f(x) = \frac{2 + x - 7x^2}{x - 1}$$

6. Una ventana está formada por un rectángulo y un triángulo isósceles cuya base es el lado superior del rectángulo cuya altura es igual a $\frac{3}{8}$ de la longitud de la base. Si el perímetro de la ventana es de 9m. Determinar las dimensiones de los lados para que el flujo de luz sea máximo.

NOTA: Todas las preguntas tienen igual puntuación. Duración máxima del examen: 5 horas.