

# ANÁLISIS MATEMÁTICO VI. Curso 2006-2007

## TEMA 1 - EL CUERPO DE LOS NÚMEROS COMPLEJOS

### Clases Prácticas

1. Si  $z = 1+2i$  y  $w = 3+4i$ , expresar en forma binómica los siguientes números complejos:  $2|w|+(1-i)z^2$ ,  $(w+z)/(w-z)$ .
2. Para  $z, w \in \mathbb{C}$  arbitrarios, ¿Es cierta la identidad:  $Im(\frac{1}{z\bar{w}}) = Im(\frac{1}{\bar{z}w})$ ?
3. Expresar en forma polar  $\frac{3e^{i\pi/2}}{(1+i)4e^{i5\pi/6}}$
4. Expresar en forma binómica y polar:  $(1-i\sqrt{3})^{-1/3}$ ,  $\log(1-i\sqrt{3})$ ,  $(ie^{\pi/2})^i$
5. Probar que  $|z+w|^2 = |z|^2 + |w|^2 + 2Re(z\bar{w})$ .
6.  $z^{\frac{1}{m}}$  y  $z^{\frac{-1}{m}}$  tienen  $m$  valores cada uno. ¿Es cierto para todos estos valores que  $z^{\frac{1}{m}}z^{\frac{-1}{m}} = 1$ ? Estudiar cuando es posible.
7. Probar que  $1+z+\dots+z^n = (1-z^{n+1})/(1-z)$  se verifica para todo complejo  $z \neq 1$  y todo natural  $n$ .
8. Sea  $\omega$  una raíz enésima de la unidad siendo  $\omega \neq 1$ . Probar

$$1 + \omega + \omega^2 + \dots + \omega^{n-1} = 0$$

9. Describir geoméricamente los siguientes conjuntos del plano complejo  $\mathbb{C}$ :  
(i)  $\{z : |z-1| = |z-i|\}$  (ii)  $\{z : |z-1| = 2|z-i|\}$  (iii)  $\{z : |z-1| = x\}$