FACULTAD DE MATEMATICAS - CURSO 2006/07
ANALISIS MATEMATICO VI
www.fmat.ull.es/~Anamat6

Créditos: 6

Profesores: Dr. D. JOSÉ C. SABINA DE LIS,
Dr. D. RODRIGO TRUJILLO GONZALEZ (rotrujil@ull.es)

Web de la asignatura: www.fmat.ull.es/~Anamat6

Presentación: Este curso es plantea introducir las herramientas básicas de la teoría de funciones de una variable compleja. Los conceptos de derivada compleja, función holomorfa e integral compleja son el centro del curso.

La teoría funciones de variable compleja es de una gran belleza, que si bien parte de definiciones claramente derivadas de la teoría de funciones de variable real, rápidamente adquiere cuerpo totalmente independiente de la misma con resultados totalmente propios y sin análogo alguno con la variable real.

Objetivos generales:

- Reconocer las propiedades fundamentales que diferencian la teoría de funciones de variable real de la de funciones de variable compleja.
- Conocer las propiedades esenciales de las funciones holomorfas así como los resultados fundamentales que verifican.
- Reconocer la importancia del Teorema de Cauchy en la teoría de funciones de variable compleja.

Objetivos específicos y habilidades a adquirir:

- Saber deducir y probar las propiedades de los números complejos a partir de la definición del cuerpo $\mathbb{C}$: módulo, argumentos, operaciones báscicas, potencias y logaritmo de complejos.
- Conocer la definición y saber deducir las principales propiedades de una función holomorfa.
- Saber calcular integrales complejas a lo largo de caminos.
- Conocer el Teorema de Cauchy y los pasos de su demostración de forma que las consecuencias de este resultado puedan ser deducidas del mismo.
- Saber resolver integrales reales básicas por medio de técnicas de variable compleja.
- Poder construir el desarrollo en serie de una función holomorfa a partir de la Fórmula Integral de Cauchy así como deducir sus propiedades de convergencia fundamentales.
- Reconocer y saber deducir las propiedades de los ceros y las singularidades de funciones de variable compleja.
- Poder construir el desarrollo de Laurent de una función holomorfa con una singularidad aislada así como deducir sus propiedades de convergencia fundamentales.

PROGRAMA:

Tema 1: El cuerpo de los números complejos

Introducción histórica. El sistema de los números complejos. Elementos básicos de topología del plano complejo. El plano complejo extendido.

Tema 2: Funciones holomorfas

Funciones elementales. Diferenciabilidad compleja en un punto. Interpretación geométrica de la derivada. Funciones holomorfas. Ecuaciones de Cauchy-Riemann. Inversa de funciones holomorfas. Ramas. Transformaciones de Möbius.

Tema 3: Integración compleja

Integración a lo largo de caminos. Teorema de Cauchy local. Indice de un punto respecto a una curva cerrada. Fórmula integral de Cauchy. Consecuencias del Teorema de Cauchy. Teorema de Cauchy global.

Tema 4: Sucesiones y series de funciones holomorfas

Sucesiones y series de funciones de variable compleja. Criterios de convergencia. Desarrollos de Taylor y de Laurent.

Tema 5: Ceros y Singularidades aisladas de funciones holomorfas

Ceros de funciones holomorfas. Singularidades aisladas y residuos. El teorema de los residuos. Consecuencias del teorema de los residuos.

BIBLIOGRAFIA:

Bibliografía principal

J. Bak, D. Newman: "Complex Analysis". (1982). Springer-Verlag.

Bruce P. Palka: "An Introduction to Complex Function Theory". (1991). Springer-Verlag. New York.

Bibliografía complementaria

J. B. Conway: "Functions of One Complex Variable". (1987). Springer-Verlag.

D. Crespo, J. R. Vizmanos: "Problemas Resueltos de Variable Compleja". (1977). Crespo-Vizmanos Ed., Madrid.

W. Rudin: "Análisis Real y Complejo". (1987) McGraw-Hill.

Conocimientos necesarios de otros cursos: Se recomienda haber cursado las asignaturas de Seminario de Análisis Matemático, y Análisis Matemático I, II, III y IV.

Metodología: Exposición de los aspectos teóricos de la asignatura, resolución de ejercicios por parte del profesor y alumnos. Se entregará una hoja de problemas por cada tema.

Forma de evaluación: La realización de un examen escrito en las fechas de las convocatorias finales. Se asignarán cuestiones teóricas y ejercicios para entrega voluntaria de los alumnos a lo largo del curso con el objetivo de incentivar el estudio y la reflexión sobre los contenidos más importantes de la asignatura. Estas actividades de evaluación continua supondrán al alumno parte de su calificacíon final y consideramos que ayudarán preparar de forma más satisfactoria la evaluación final.

Tutorías: Cada profesor las anunciará a principio de las clases. Se fomentará la comunicación por medio del correo electrónico que ayudará a tener un contacto más continuado, más accesible y específica para cada alumno, así como más cómoda.